

Analiza matematyczna I
Lista 6 (pochodna funkcji i jej własności)

Zad 1. Na podstawie definicji wyznaczyć pochodną funkcji

a) $f(x) = 3x^2 - 2x$, b) $f(x) = \sin(5x)$, c) $f(x) = 2 - \sqrt{x}$, d) $f(x) = \frac{1}{2x}$,
e) $f(x) = \frac{1}{2x-3}$, f) $f(x) = \frac{2x+1}{3x-1}$, g) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$, h) $f(x) = \cos(3x)$.

Zad 2. Stosując reguły różniczkowania obliczyć pochodne

a) $y = \frac{2x}{x+3}$, b) $y = \frac{x^2-3}{x^2+3}$, c) $y = x^2 \sin x$, d) $y = \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$,
e) $y = \operatorname{tg} \sqrt{x}$, f) $y = x^2 \sin x$, g) $y = \ln \frac{x^2}{1-x^2}$, h) $y = \operatorname{arctg} \sqrt{x}$
i) $y = \frac{1}{3} \sin^3 x - \frac{2}{5} \sin^5 x + \frac{1}{8} \sin^8 x$, j) $y = \sin^2 x + \sin x^2$, k) $y = \frac{1 + \operatorname{arctg} x}{1 + x^2}$,
l) $y = (2\sqrt[3]{x^2} - x)(4\sqrt[3]{x^4} + 2\sqrt[3]{x^5 + x^2})$, m) $y = x \operatorname{arctg} x - \ln \sqrt{1+x^2}$, n) $y = e^{\sqrt{\ln(x^2+4)}}$.

Zad 3. Wyznaczyć pochodną drugiego rzędu funkcji

a) $f(x) = \frac{2x+1}{3x-3}$, b) $f(x) = \sqrt[3]{(x-2)^5}$, c) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[5]{2x-3}}$,
d) $f(x) = \ln(x^2 - 2x + 1)$, e) $f(x) = \ln \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$, f) $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1-x}{1+x}$.

Zad 4. Wyznaczyć wzór na n -tą pochodną funkcji

a) $\sin x$, b) $\cos x$, c) e^x , d) $\ln x$, e) x^{-1} .

Zad 5. Wyznaczyć przedziały monotoniczności funkcji

a) $y = x^4 - 2x^2 + 5$, b) $f(x) = 5x + \sin x$, c) $f(x) = 2x^3 - 6x - 18x + 7$,
d) $f(x) = \frac{x^5}{5} + \frac{x^3}{3} + x$, e) $f(x) = \frac{x^3 + x}{x^4 - x^2 + 1}$, f) $f(x) = x^2 \ln x$,
g) $f(x) = x^2 e^{\frac{-x^2}{2}}$, h) $f(x) = x^2 \ln x$, i) $f(x) = \cos x + x$.

Zad 6. Znaleźć ekstrema lokalne funkcji:

a) $f(x) = 2x^3 - 3x^2$, b) $f(x) = 5x + \sin x$, c) $f(x) = 2x^3 - 6x - 18x + 7$,
d) $f(x) = \frac{x^5}{5} + \frac{x^3}{3} + x$, e) $f(x) = \frac{x^3 + x}{x^4 - x^2 + 1}$, f) $f(x) = x^2 \ln x$,
g) $f(x) = x^2 e^{\frac{-x^2}{2}}$, h) $f(x) = x^2 \ln x$, i) $f(x) = \cos x + x$.